

PREMESSA

Le prove sperimentali si riferiscono ad un fenomeno chimico-fisico la cui natura non è completamente nota, di qui l'obiettivo limitato ad un solo modello descrittivo e non basato sulle equazioni fisico-matematiche che descriverebbero il fenomeno se fosse noto.

Ciascuna prova è condotta in regime di elettrolisi, instaurando una tensione elettrica tra un anodo e un catodo. A fronte della potenza così immessa, si misura la produzione di calore la cui quantificazione costituisce l'oggetto dell'indagine sperimentale.

L'indagine è stata avviata con una serie di prove preliminari.

La prima sperimentazione, prova di taratura, è consistita nella rilevazione dei dati registrati nel processo di raffreddamento di una soluzione di carbonato di potassio, osservata dalla temperatura di ebollizione fino al raggiungimento dei 70 °C. I dati ottenuti, tramite il software Excel, sono stati poi riportati graficamente sul piano cartesiano. Nelle successive prove preliminari, caricamento ed accensione del reattore, è stato introdotto il concetto di energia come misura dell'area sottesa dalla curva potenza, (integrale).

Nella seconda fase dell'esperienza sono state effettuate le rilevazioni di una campagna di sperimentazioni nelle quali variando i parametri in gioco si è valutato il rendimento ottenuto. Sei le variabili da prendere in esame: Concentrazione della Soluzione, Diametro del Catodo, Lunghezza del Catodo, Superficie dell'Anodo, Distanza tra gli Elettrodi, Voltaggio Nominale. Per i valori da attribuire a ciascuna variabile sono stati presi in considerazione sia i valori che sono scaturiti, in tal senso, dalla letteratura scientifica degli ultimi venti anni, che le valutazioni soggettive dei docenti sperimentatori. Per ogni variabile sono stati presi in considerazione tre valori:

Concentrazione (moli/litro)	0.133	0.2	0.3
Diametro Catodo (mm)	1x1.6	2x1.6	3x1.6
Lunghezza Catodo (mm)	10	20	30
Superficie Anodo (cm ²)	6	12	24
Distanza tra gli elettrodi (mm)	25	35	45
Voltaggio Nominale (volt)	200	220	240

non potendosi però effettuare 3^6 prove, che avrebbero comportato un alto costo dei materiali di consumo e tempi improponibili, si è deciso di considerare i valori intermedi, relativi a ciascuna variabile, come centro di un modello descrittivo. Nel valore centrato così determinato si sono di volta in volta sostituiti i valori estremi, uno alla volta per ciascuna variabile, ottenendo le determinazioni per tredici prove sperimentali. Successivamente sono state effettuate altre sette rilevazioni come prove di controllo .

Campagna di sperimentazione

n	C	Dc	Lc	Sa	d	Vn	Sc	Im	Vm	ρ_c	η
Variabili Indipendenti							$L_c \cdot D_c \cdot \pi$	Lette		Calcolata	
1	0,2	2x1.6	20	12	35	220	2	2,33	231,8	1,165	1,05
2	0,133	2x1.6	20	12	35	220	2	2,2	244,4	1,1	1,12
3	0,3	2x1.6	20	12	35	220	2	2,75	239,7	1,375	1,21
4	0,2	1x1.6	20	12	35	220	1	1,99	237	1,99	1,12
5	0,2	3x1.6	20	12	35	220	3	3,1	246	1,03	1,05
6	0,2	2x1.6	10	12	35	220	1	1,97	236,8	1,97	1,21
7	0,2	2x1.6	30	12	35	220	3	3,8	239,3	1,27	0,98
8	0,2	2x1.6	20	6	35	220	2	2,66	244,6	1,33	1,24
9	0,2	2x1.6	20	24	35	220	2	2,6	238,8	1,3	1
10	0,2	2x1.6	20	12	25	220	2	2,4	240,3	1,2	1,06
11	0,2	2x1.6	20	12	45	220	2	2,59	244,7	1,3	1,08
12	0,2	2x1.6	20	12	35	200	2	2,37	229,6	1,9	1,14
13	0,2	2x1.6	20	12	35	240	2	3,16	250,9	1,58	1,11

Legenda

n	Numero della prova										
C	Concentrazione			(moli/litro)		0,133	0,2	0,3			
Dc	Diametro Catodo			(mm)		1x1,6	2x1,6	3x1,6			
Lc	Lunghezza Catodo			(mm)		10	20	30			
Sa	Superficie Anodo			(cm ²)		6	12	24			
d	Distanza tra gli elettrodi			(mm)		25	35	45			
Vn	Voltaggio Nominale			(volt)		200	220	240			
Sc	Superficie Catodo			(cm ²)							
Im	Intensità di corrente media			(ampere/cm ²)							
Vm	Tensione media			(volt)							
Pc	Densità di corrente			(ampere)							
η	Rendimento			(joule/joule)							

PROVE DI CONTROLLO

n	C	Dc	Lc	Sa	d	Vn	Sc	Im	Vm	pc	η
	Variabili Indipendenti						Lc*Dc*π	Lette		Calcolata	
14	0,1	2x1.6	20	12	35	220	2	2,44	236,8	1,12	1,06
15	0,2	3x1.6	10	12	35	220	1,5	2,28	241,4	1,52	1,11
16	0,2	1x1.6	10	12	35	220	0,5	1,56	238,2	3,12	1,29
17	0,2	1x1.6	20	6	35	240	0,9	2,03	235,4	2,26	1,07
18	0,2	1x1.6	40	6	35	240	2	3,45	216	1,73	1,2
19	0,2	2x1.6	20	6	35	240	2	2,79	206,3	1,35	1,58
20	0,2	5x1.6	15	12	35	240	3,75	4,47	209,8	1,19	1,36

Legenda	
n	Numero della prova
C	Concentrazione (moli/litro)
Dc	Diametro Catodo (mm)
Lc	Lunghezza Catodo (mm)
Sa	Superficie Anodo (cm ²)
d	Distanza tra gli elettrodi (mm)
Vn	Voltaggio Nominale (volt)
Sc	Superficie Catodo (cm ²)
Im	Intensità di corrente media (ampere/cm ²)
Vm	Tensione media (volt)
Pc	Intensità di corrente (ampere)
η	Rendimento (joule/joule)

L'esame dei rendimenti, in questo caso di singolo catodo, ha rilevato un valore non superiore a 1,36, solo in un caso si è ottenuta una resa di 1,58, ma non a costanza di tensione. Il passo successivo è consistito nell'esame, utilizzando il software Geogebra, della significatività delle variabili in oggetto, prese singolarmente, nel range considerato, sul rendimento.

Per ognuna di esse è stata tracciata la corrispondente retta di regressione. L'esame di tali rette evidenziava che, per le prove prese in esame, le variabili che risultavano meno significative, nel range considerato, erano la distanza tra gli elettrodi e la tensione nominali; per quanto riguarda la scelta del valore ottimale della concentrazione, diversi autori hanno scelto il valore 0.2 molare; quindi, per poter paragonare i nostri risultati con quelli di letteratura, si è proceduto, nelle successive campagne di prove, con il mantenimento del valore di 0.2; ciò anche in considerazione del fatto che concentrazioni elevate introducono alte conducibilità e quindi elevate correnti, così da rendere particolarmente difficile l'esecuzione degli esperimenti. Si sottolinea esplicitamente, poi, che molte scelte sono state dettate dalla necessità di poter misurare i parametri nel modo migliore, ma ciò non equivale assolutamente ad asserire che il set di parametri più idoneo per la ripetibilità sia anche quello ottimale per un ipotetico futuro processo. Considerato inoltre che la superficie catodica è ricavabile dal diametro del catodo e dalla sua lunghezza, le variabili si sono ridotte a due. Come ulteriore convalida della scelta effettuata sono stati calcolati i coefficienti di correlazione della variabile rendimento con le variabili indipendenti. I coefficienti di correlazione, relativi alla campagna di sperimentazione, hanno confermato la bontà della scelta effettuata.

n	C	Sa	d	Vn	Sc	η
	Concentrazione	Sup. Anodica	Distanza elettrodi	Voltaggio Nominale	Sup.Catodica $L_c \cdot D_c \cdot \pi$	Rendimento
1	0,2	12	35	220	2	1,05
2	0,133	12	35	220	2	1,12
3	0,3	12	35	220	2	1,21
4	0,2	12	35	220	1	1,12
5	0,2	12	35	220	3	1,05
6	0,2	12	35	220	1	1,21
7	0,2	12	35	220	3	0,98
8	0,2	6	35	220	2	1,24
9	0,2	24	35	220	2	1
10	0,2	12	25	220	2	1,06
11	0,2	12	45	220	2	1,08
12	0,2	12	35	200	2	1,14
13	0,2	12	35	240	2	1,11
Corr(.v.i. η)	0,284	-0,5598	0,050858	-0,07629	-0,53943	

n	C	Sa	d	Vn	Sc	η
	Concentrazione	Sup. Anodica	Distanza elettrodi	Voltaggio Nominale	Sup.Catodica $L_c \cdot D_c \cdot \pi$	Rendimento
14	0,1	12	35	220	2	1,06
15	0,2	12	35	220	2	1,11
16	0,2	12	35	220	0,5	1,29
17	0,2	12	35	240	0,9	1,07
18	0,2	6	35	240	2	1,2
19	0,2	6	35	240	2	1,58
20	0,2	12	35	240	3,75	1,36
Corr(.v.i. η)	0,41862483	-0,22260137		0,42389	0,327506	

Il passo successivo è stato la ricerca di una superficie interpolante che almeno localmente descrivesse il fenomeno in esame.

Per determinare la superficie del tipo $z = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f$ sono stati individuati sei punti rappresentativi del fenomeno (in presenza di costanza della superficie anodica e catodica si è mediato il rendimento). I punti sono stati scelti cercando di essere il più possibile coerenti con il modello descrittivo .

Superficie Anodica	Superficie Catodica	Rendimento
12	2	1.05
12	1	1.165
12	3	1.015
6	0.9	1.07
6	2	1.24
24	2	1

Utilizzando il software Derive e successivamente il software Maple si è ottenuta la superficie:

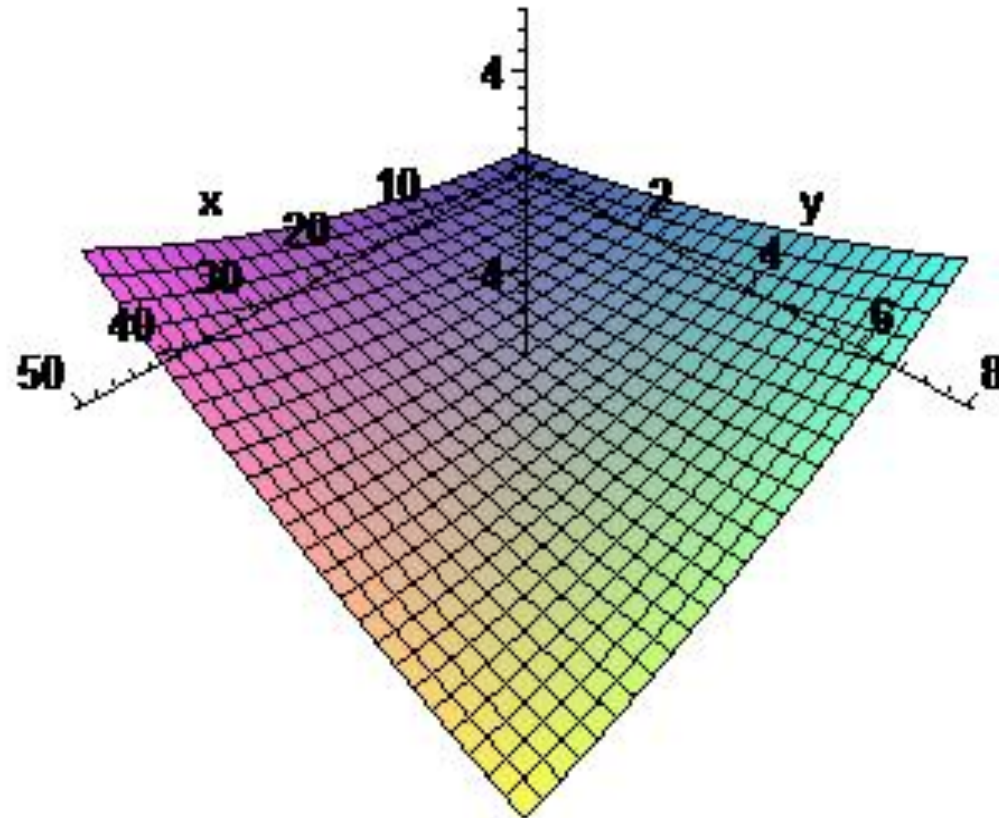
$$z = 0.00153x^2 + 0.04556xy + 0.04y^2 + 0.032x + 0.312y + 0.756$$

Il coefficiente di correlazione con i sei punti scelti per la determinazione della superficie è risultato pari a 0.64.

Grafico del rendimento

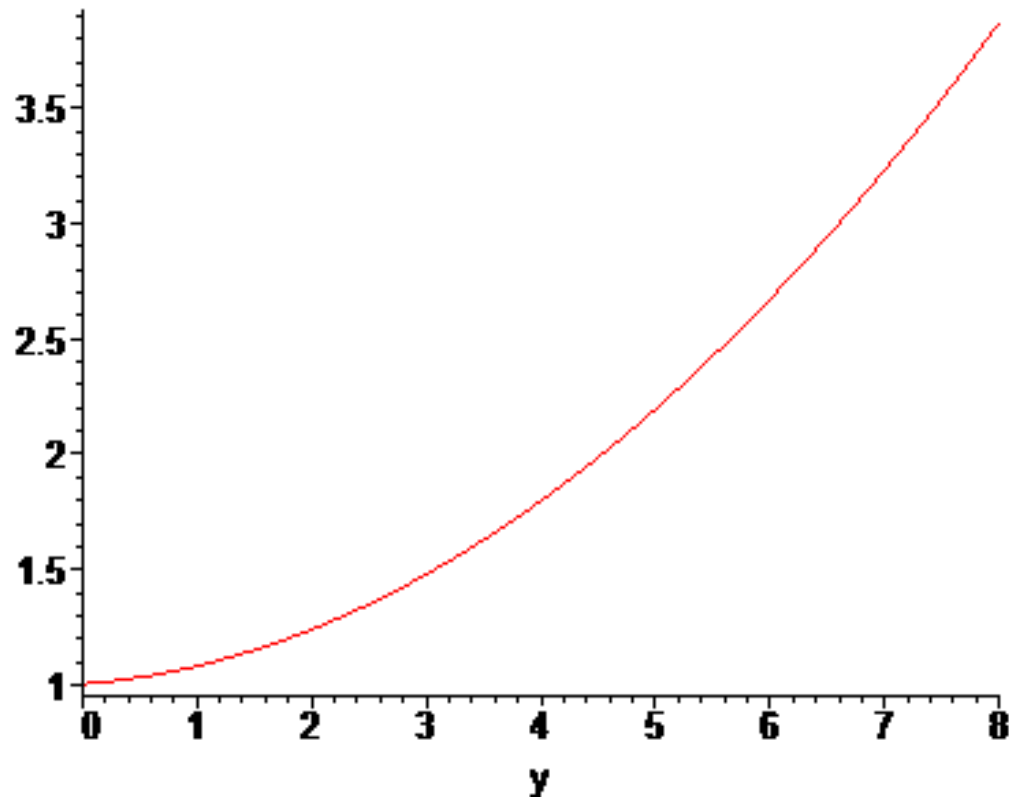
$$z = 0.00153x^2 - 0.0456xy + 0.04y^2 + 0.032x + 0.312y + 0.756$$

in funzione della superficie anodica (asse x) e della superficie catodica (asse y)



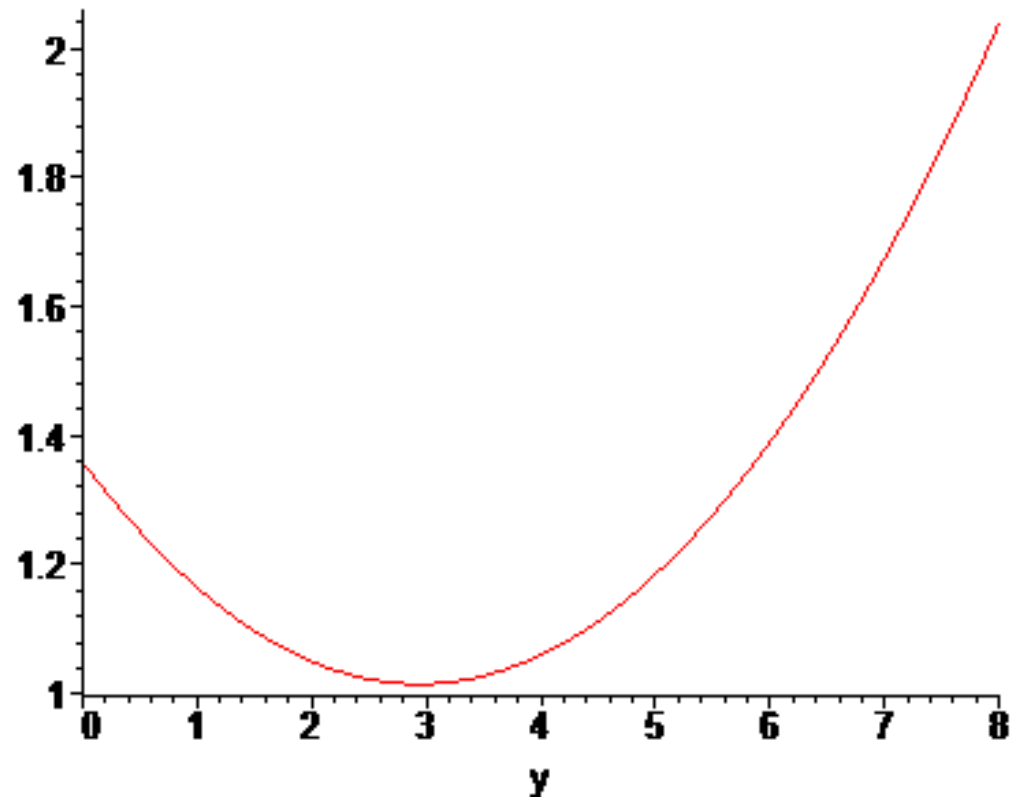
Intersecando la superficie z , rispettivamente con i piani, $x=6$, $x=12$ e $x=24$, valori delle differenti superfici anodiche impiegate nella sperimentazione, si sono ottenute tre parabole con la concavità verso l'alto. In due casi su tre il rendimento risultava decrescente in funzione dell'aumento della superficie catodica, che nel nostro caso risultava compresa tra 1 e 3. Si sottolinea che tutte le parabole ottenute sezionando la superficie con $x=cost$ sono parabole con la concavità verso l'alto.

**Grafico del rendimento $z = 0.00153x^2 - 0.0456xy + 0.04y^2 + 0.032x + 0.312y + 0.756$
con anodo =6**



$$h(y) := 1.002909091 + .0385454546 y + .04000000000 y^2$$

Grafico del rendimento
 $z = 0.00153x^2 - 0.0456xy + 0.04y^2 + 0.032x + 0.312y + 0.75$
con anodo = 12

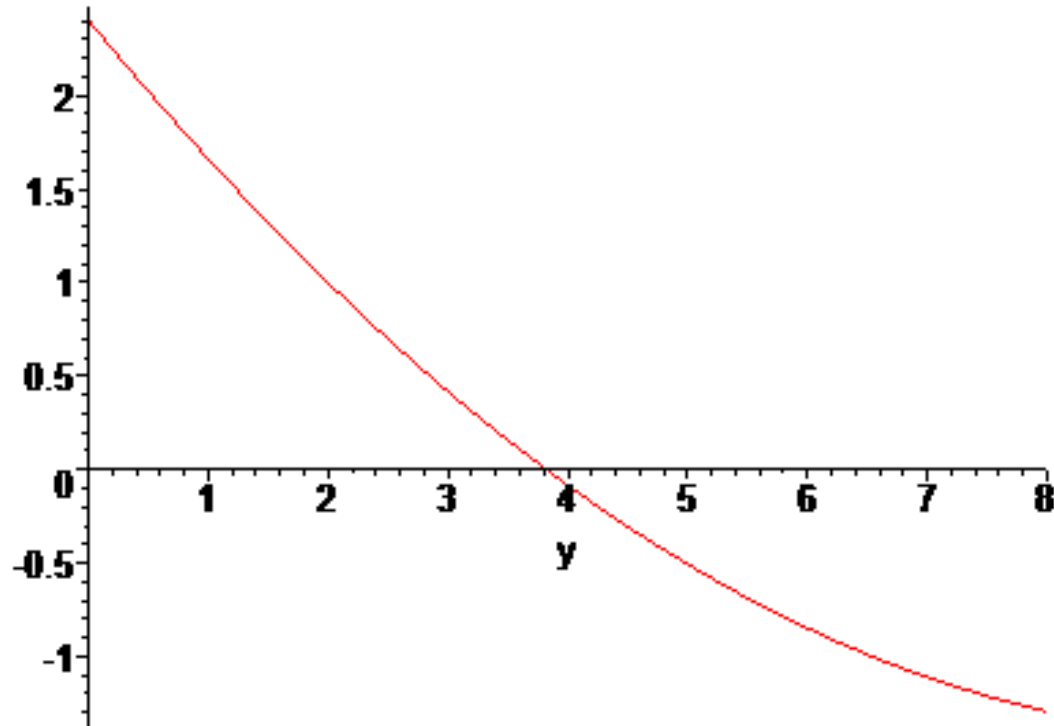


$$g(y) := 1.360000000 - .2350000000 y + .04000000000 y^2$$

Grafico del rendimento

$$z = 0.00153x^2 - 0.0456xy + 0.04y^2 + 0.032x + 0.312y + 0.756$$

con anodo = 24



$$j(y) := 2.404181819 - .7820909089 y + .04000000000 y^2$$

Calcolando la derivata prima della funzione z rispetto ad y ed eguagliando a zero si è determinata la retta dei minimi :

$$-0.04559090909x + 0.08y + 0.312090909091 = 0,$$

luogo dei vertici delle parabole sezioni

.

Tale derivata risulta < 0 per

$$* x > 1.754y + 6.844$$

Rappresentando graficamente la retta dei minimi, le rette $y=3$ e $y=1$, rispettivamente massimo e minimo della superficie catodica delle prove di sperimentazione, si evince, in modo cautelativo, che per anodo con superficie superiore a 12.1 e superficie catodica compresa tra 1 e 3 il rendimento aumenta al diminuire della superficie catodica e quindi, in modo puntuale se al variare del catodo adattiamo opportunamente l'anodo secondo la *, siamo certi che il rendimento cresca al diminuire della superficie catodica.

Tale risultato ha portato alla decisione di ridurre la dimensione catodica, per singolo anodo, per migliorare il rendimento energetico.

Luogo dei minimi (vertici delle parabole ottenute sezionando la superficie con $x=\text{cost}$)

$$m: -0.04559090909x + 0.08y + 0.3120909091 = 0$$

Retta r e retta s

r: $y = 3$ (valore massimo della superficie catodica preso in considerazione nelle prove di sperimentazione)

s: $y = 1$ (valore minimo della superficie catodica preso in considerazione nella totalità delle prove)

t: $x = 12.1$ (intersezione tra retta dei minimi e $y=3$) w: $x=8.6$

